PT Programme de Colles
Semaine 14

Séries entières

- Série entière de variable réelle, de variable complexe
- Lemme d'Abel, Rayon de convergence d'une série entière, Disque ouvert de convergence. Intervalle ouvert de convergence.
- Conséquence sur les rayon des comparaisons entre séries, Critère de D'Alembert
- Somme et produit de Cauchy de deux séries entières.
- Fonction somme d'une série entière. La fonction somme est continue sur son intervalle de définition. Théorème d'Abel radial
- Primitivation et dérivation d'une série entière sur l'intervalle ouvert de convergence
- Formule de Taylor avec reste intégral.
- Développements des fonctions usuelles : Les étudiants doivent connaître les développements en série entière des fonctions : exponentielle, cosinus, sinus, cosinus et sinus hyperboliques, Arctan, $x \mapsto \dfrac{1}{1-x}$, $x \mapsto \ln(1+x)$ et $x \mapsto (1+x)^\alpha$.
- Développement de $\dfrac{1}{1-z}$ sur le disque unité ouvert. Développement de $\exp(z)$ sur $\mathbb{C}$.

Variables aléatoires discrètes

- Variable aléatoire discrète, loi d'une variable aléatoire discrète
- Rappels des lois vues en 1ère année : loi de Bernoulli, loi uniforme sur un ensemble fini, loi binomiale
- Loi géométrique, loi de Poisson
- Couple ou n-uplet de variables aléatoires discrètes. Loi conjointe, lois marginales.
- Loi conditionnelle d'une variable aléatoire X sachant un événement A.
- Variables aléatoires indépendantes, indépendance mutuelle. Lemme des coalitions
- Espérance d'une variable aléatoire discrète réelle, espérance des lois usuelles
- Théorème de transfert, y compris pour les fonctions de $\mathbb{R}^p$ dans $\mathbb{R}$.
- Variance d'une variable aléatoire discrète réelle, écart type et covariance
- Variance des lois usuelles
- Fonction génératrice G_X de la variable aléatoire X à valeurs dans $\mathbb{N}$
- Fonctions génératrices des lois usuelles
- Utilisation de G_X pour calculer $\mathbb{E}(X)$ et $\mathbb{V}(X)$.
- Fonction génératrice d'une somme de variables aléatoires indépendantes à valeurs dans $\mathbb{N}$.
- Inégalité de Markov. Inégalité de Bienaymé-Tchebychev.
- Loi faible des grands nombres (la notion de convergence en probabilité n'est pas au programme)